BWL Tut 9

9.1

a) Beachte: aus technischen Gründen müssen alle 3 Maschinen mit der gleichen Fertigungsgeschw. laufen

Minimalkapazität:

$$x_{min} = \max_{ABC}(40, 50, 40) = 50$$

↳ längste Dauer

Maximalkapazität → Kapazität: $[50, 95]$

$$x_{max} = \min_{ABC}(110, 140, 95) = 95$$

↳ kürzeste, (kann nicht schneller)

$$k(x) = k_A(x) + k_B(x) + k_C(x)$$

$$= 0{,}1x^2 - 10x + 300 + 0{,}15x^2 - 5x + 0{,}05x^2 - 12x + 700$$

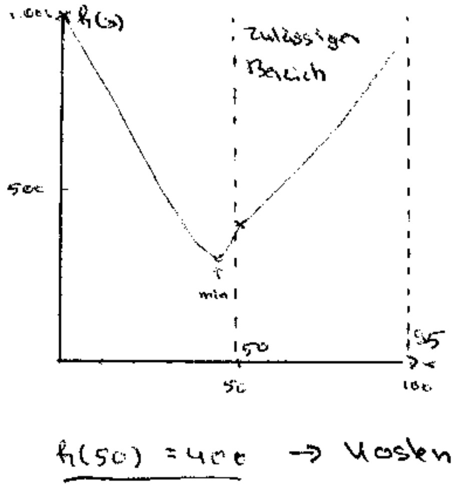
$$= 0{,}3x^2 - 27x + 1000$$

$k'(x) = 0{,}6x - 27 \overset{!}{=} 0 \rightarrow x^* = 45$ } Kostenminimal => Kostenfkt. minimieren

$k''(x) = 0{,}6 > 0 \rightarrow \min$

da aber $x^* = 45$ unzulässig, wegen $\notin [50, 95]$

$\rightarrow x_{opt} = 50$



$k(50) = 400$ → Kosten bei $x = 50$

b) $DB\,(p - k_v(x)) \cdot x$ ⇝ DB maximieren

6 DM in Pf. $\quad k(x)$

$$= (600 - 0{,}3x^2 + 27x - 1000) \cdot x$$

$$= -0{,}3x^3 + 27x^2 - 400x$$

$$DB' = -0{,}9x^2 + 54x - 400 \overset{!}{=} 0$$

$$\rightsquigarrow x_{1,2} = \frac{60}{2} \pm \sqrt{900 - 444{,}4} \rightsquigarrow x_1 = 9,\ x_2 = 51$$

$DB'' = -1{,}8x + 54 < 0$

$\rightsquigarrow x_2 = x_{opt} = 51$ ← liegt in Intervall

$\rightsquigarrow$ ~~$k(51)$~~ $k(51) = 403 \frac{Pf}{ME}$

9.2 (Lösungsbeiblatt) (zu komplex f. Klausur) ✓

9.3 (typische Aufgabe zum Thema)

a) Mengen-Kosten-Leistungsfunktion sind zu ermitteln, indem die Verbrauchsfunktion mit den Preisen der Produktions-faktoren bewertet u. aufsummiert werden.

MKL Aggregat 1: $k_1(x) = p_1 \cdot v_{11} + p_2 \cdot v_{12}$

$= 0{,}2 \cdot (40 + x_1) + 10 \cdot (1{,}8 - 0{,}1x_1 + 0{,}004x_1^2)$

$= 20 - 0{,}8x_1 + 0{,}04x_1^2 \; [\frac{GE}{ME}]$

Preis: $\frac{GE}{kWh} \cdot \frac{kWh}{ME} = \frac{GE}{ME}$ → an Einheit erkennbar ob MKL

Aggregat 2: $k_2(x) = p_1 v_{21} + p_2 \cdot v_{22}$

$= 25 - 0{,}8x_2 + 0{,}1x_2^2 \; [\frac{GE}{ME}]$

! Aus den MKL-Funktionen sind die ZKL-Funktionen durch Multiplikation mit der Intensität x abzuleiten:

ZKL: Aggregat 1: $K_1(x) = k_1(x) \cdot x$

$= 20x_1 - 0{,}8x_1^2 + 0{,}04x_1^3 \; [\frac{GE}{ZE}]$

$\frac{GE}{ME} \cdot \frac{ME}{ZE} = \frac{GE}{ZE}$ → an Einheit erkennbar dass ZKL

Aggregat 2: $K_2(x) = k_2(x) \cdot x = 25x_2 - 0{,}8x_2^2 + 0{,}1x_2^3 \; [\frac{GE}{ZE}]$

b) ① Schritt: Bestimmung d. optimalen Intensität und die
I. dazugehörigen Stückkosten

$\underline{k_1^{\prime}(x)} = -0{,}8 + 0{,}08\, x_1 \overset{!}{=} 0$

$\rightsquigarrow x_1^* = 10 \rightsquigarrow$ liegt in $[5, 20]$ ✓

$k_1(10) = 16$ minimalen Stückkosten von Aggregat 1

$k_2^{\prime}(x) = -0{,}8 + 0{,}2\, x_2 \overset{!}{=} 0$

$\rightsquigarrow x_2^* = 4$

$k_2(4) = 23{,}4$ minimalen Stückkosten von Aggregat 2

② Schritt: wegen $k_1(x_1^*) = 16 < k_2(x_2^*) = 23{,}4$
II. produzieren wir auf Aggregat 1

$\underline{x_1^* \cdot t_{max}} = 10 \cdot 5 = 50$

$\Rightarrow$ nur Aggregat 1 mit $x_1 = 10$ u. $t = 5$

③ Schritt: Bestimmung 1. Übergangsintensität $x_ü$
III. (beide Maschinen gleiche Stückkosten)

$\underbrace{k_1^{(1)}(x)}_{\text{angefangen zu Prod.}} = \underbrace{k_2(x_2^* = 4)}_{\text{MKL d. nächsten Masch.}}$ weil x^* optimal

$\underline{20 - 1{,}6\, x_1 + 0{,}12\, x_1^2} = 23{,}4$

$\Rightarrow x_1 = \ldots$ (kleiner als 10)

$x_2 = \underline{15{,}2} = x_ü$ vorh. bei $k_1(x)$

$k_1(15{,}2) = 23{,}4$ (muss rauskommen, da gl. Stückpreis)

$15{,}2 \cdot t = 60$

maximal? $\rightsquigarrow$ $15{,}2 \cdot 5 = 76 > 60$

$\boxed{\text{Intensität zurückfahren}}$ NICHT Zeit

$\rightsquigarrow \frac{60}{5} = 12 = x_{opt}$

$\rightsquigarrow$ kostengünstig werden 60 ME auf Agg. 1 prod.

mit $x = 12$, $t = 5$

§.5 (Lösungsbeiblatt) Tabelle lesen können $\rightsquigarrow$ in vorhergehende Tab. springen

9.4. Optimale Übergangsintensitäten bei zeitlicher und intensitätsmäßiger Anpassung

Anmerkung: Aus der Vorlesung müßte klar sein: ist zeitliche und intensitätsmäßige Anpassung in bestimmten Bereichen zulässig, so folgt:

1. Suche nach Optimalintensität
   2. zeitliche Anpassung der kostengünstigsten Aggregate
      3. intensitätsmäßige Anpassung der Aggregate
         4. Übergang auf zeitliche Anpassung des zweitbesten Aggregats

etc.

→

(a) wegen

Stückkosten Fkt. Ableiten, Minimum suchen

$$k(d_1) = \frac{1}{2}(d_1 - 16)^2 + 4 \to d_1^* = 16 \in [5, 23]$$

$$k(d_2) = \frac{1}{4}(d_2 - 20)^2 + 6 \to d_2^* = 20 \in [5, 36]$$

(b) wegen

Kosten

$$\left.\begin{array}{l} k(d_1^*) = 4 \text{ und} \\ k(d_2^*) = 6 \end{array}\right\}$$

<u>erst A1 aktivieren</u>
<u>dann A2 aktivieren</u>

zeitliche Anpassung ist für A1 möglich im Bereich: $\underline{0 \leq t_{A1} \leq 40}$

(c) erst einmal zeitliche Anpassung des 1. Aggregats bis $t_{A1} = 40$

Dann gilt:

bei eingeschränkter zeitlicher Anpassung ($t_{A1} = 40$) variieren die Grenzkosten von Aggregat A1 mit der dann notwendigen intensitätsmäßigen Anpassung d_1, während sie im Bereich zeitlicher Anpassung bei A2 dort konstant gleich den minimalen Stückkosten $k(d_2^*) = 6$ sind (s.o.)

→ Ansatz:

→ Ableitung günstige Fkt $\stackrel{!}{=}$ teure Fkt. im Optimum (weil eingesetzt)

$$\frac{\partial(k(d_1) \cdot d_1)}{\partial d_1} = d_1 k'(d_1) + 1 \cdot k(d_1) \stackrel{!}{=} k(d_2^*) = 6$$

nur ableiten, binom auflösen →

$$\to d_1 \cdot (d_1 - 16) + 1 \cdot \frac{1}{2}(d_1^2 - 32d_1 + 256) + 4$$

$$= \frac{3}{2}d_1^2 - 32d_1 + 132 \stackrel{!}{=} 6$$

$K(x) = k(x) \cdot x$

$K(d) = k(d) \cdot d$

$K'(d) = d \cdot k'(d) + 1\, k(d) \underbrace{= 6}_{\text{gleich 6 setzen}}$

$$\to d_1^2 - \frac{64}{3}d_1 + \frac{252}{3} = 0$$

$$\to d_1 = \frac{64}{6} \pm \sqrt{\left(\frac{64}{6}\right)^2 - \frac{252}{3}} = 10,67 \stackrel{+}{-} 5,46 = \underbrace{16,13}_{\text{nur 1x Steigerung geht}}$$

$$\hat{=} d^{ü}_{A1 \to A2} \text{ [ME/h]}$$

der Wert $10,67 - 5,46 = 5,21$ kommt nicht in Frage

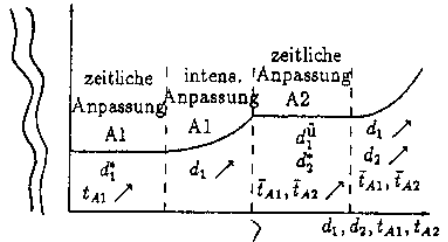
Bei dieser Leistungsintensität auf A1 ist das Aggregat A2 zuzuschalten - mit $d_2^* = 20$ und zeitlicher Anpassung -, da eine weitere Intensitätserhöhung auf A1 gegenüber der Zuschaltung von A2 kostenungünstiger wäre:

→ optimale Übergangsmenge: $16,13 \cdot 40 = 645$

Ab hier erfolgt dann eine zeitliche Anpassung von A2 bis maximal $t_{A2} = 30$ Stunden.

Wird dann noch mehr output pro Woche verlangt, müssen beide Aggregate weiter intensitätsmäßig angepaßt werden:

Graphik der Grenzkosten



x ü vom Blatt, solange anpassen bis gleich wie Agg. 2