

**2. Klausur zur Vorlesung
 Informatik III
 Wintersemester 2004/2005**



Beachten Sie:

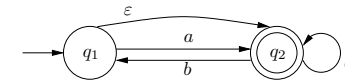
- Bringen Sie Ihren *Aufkleber* auf diesem Deckblatt an, und beschriften Sie *jedes weitere Blatt* mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.
- Schreiben Sie Ihre Lösungen auf die Aufgabenblätter und Rückseiten. Zusätzliches Papier erhalten Sie bei Bedarf von der Aufsicht.
- Zum Bestehen der Klausur sind **20** der möglichen **60** Punkte hinreichend.
- Es sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Aufgabe	Mögliche Punkte					Erreichte Punkte				
	a	b	c	d	Σ	a	b	c	d	Σ
1	3	5	4	-	12				-	
2	2	3	4	3	12					
3	4	4	4	-	12				-	
4	3	4	5	-	12				-	
5	12 \times 1				12					
Σ					60					

Aufgabe 1:

(3 + 5 + 4 = 12 Punkte)

- (a) Bestimmen Sie mit Hilfe einer systematischen Konstruktion einen zu folgendem NEA \mathcal{A} äquivalenten DEA, und geben Sie diesen als Übergangsdiagramm an.

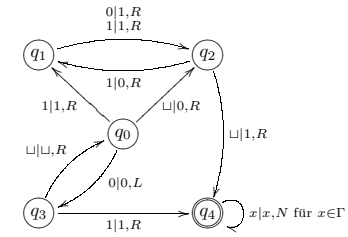


- (b) Bestimmen Sie mit Hilfe einer systematischen Konstruktion die von \mathcal{A} akzeptierte Sprache, und geben Sie diese als möglichst einfachen regulären Ausdruck an.

Aufgabe 2:

(2 + 3 + 4 + 3 = 12 Punkte)

Betrachten Sie die Turingmaschine \mathcal{M} mit Zustandsmenge $Q = \{q_0, \dots, q_4\}$, Eingabealphabet $\Sigma = \{0, 1\}$, Bandalphabet $\Gamma = \Sigma \cup \{\sqcup\}$, Startzustand q_0 , Endzustandsmenge $F = \{q_4\}$ und folgender partieller Übergangsfunktion δ :



- (a) Geben Sie die von \mathcal{M} durchlaufenen Konfigurationen bei Abarbeitung des Wortes 1011 an.
Geben Sie ein Wort an, bei dessen Eingabe \mathcal{M} nicht stoppt.

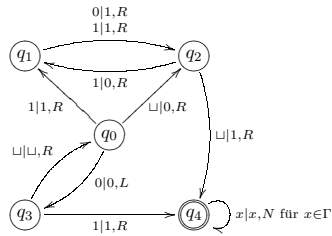
- (c) Zeigen Sie, dass die Sprache $L = \{0^{2^n} \mid n \geq 1\}$ nicht regulär ist.

- (b) Zeigen Sie, dass die von \mathcal{M} akzeptierte Sprache $L(\mathcal{M})$ kontextfrei ist.

(c) Modifizieren Sie \mathcal{M} zu \mathcal{M}' so, dass folgende Eigenschaften erfüllt sind:

- (1) \mathcal{M}' hält stets,
- (2) $L(\mathcal{M}) = L(\mathcal{M}')$,
- (3) die Ausgaben von \mathcal{M} und \mathcal{M}' sind für die Eingaben aus $L(\mathcal{M})$ identisch und
- (4) sei $L' := \{w \in \Sigma^* : \mathcal{M} \text{ hält bei Eingabe } w \text{ nicht}\}$, dann soll die Ausgabe von \mathcal{M}' bei Eingaben aus L' in $L(\mathcal{M})$ sein.

Hinweis: Zur besseren Übersicht sei nachfolgend noch einmal das Übergangsdiagramm von \mathcal{M} gegeben.



(d) Seien L_1, \dots, L_k semientscheidbare Sprachen über einem Alphabet Σ so, dass folgende Eigenschaften erfüllt sind:

- (i) für alle $i \neq j$ ist $L_i \cap L_j = \emptyset$ und
- (ii) $\bigcup_{i=1}^k L_i = \Sigma^*$.

Zeigen Sie, dass die Sprachen L_i (für $i \in \{1, \dots, k\}$) entscheidbar sind.

Aufgabe 3:

(4 + 4 + 4 = 12 Punkte)

(a) **Problem HAMILTONKREIS (HC)**

Gegeben: Graph $G = (V, E)$.

Frage: Existiert ein einfacher Kreis in G , der alle Knoten in V enthält, also eine Folge (v_1, \dots, v_n) von paarweise verschiedenen Knoten $v_i \in V$ ($i = 1, \dots, n$) mit $n := |V|$ und $\{v_j, v_{j+1}\}, \{v_n, v_1\} \in E$ ($j = 1, \dots, n-1$)?

Hinweis: HC ist \mathcal{NP} -vollständig.

Problem RURAL POSTMAN (RP)

Gegeben: Graph $G = (V, E)$, Teilmenge $\tilde{E} \subseteq E$ und Parameter $K \in \mathbb{N}$.

Frage: Existiert ein (nicht notwendigerweise einfacher) Kreis der Länge höchstens K in G , der alle Kanten aus \tilde{E} enthält, also eine Folge (v_1, \dots, v_ℓ) mit $v_i \in V$ ($i = 1, \dots, \ell$), $\ell \leq K$ und $\tilde{E} \subseteq \{\{v_j, v_{j+1}\} \mid j = 1, \dots, \ell-1\} \cup \{\{v_\ell, v_1\}\} \subseteq E$?

Hinweis: Der Graph G ist nicht notwendig schleifenfrei, d. h. er kann auch Kanten $\{v, v\}$ enthalten.

Zeigen Sie die \mathcal{NP} -Vollständigkeit von RP.

(b) **Problem SUBSET PRODUCT**

Gegeben: Zahlen $a_1, \dots, a_n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$ und Parameter $K \in \mathbb{N}$.

Frage: Existiert eine Indexmenge $J \subseteq \{1, \dots, n\}$ mit $\prod_{j \in J} a_j = K$?

Beschreiben Sie einen pseudopolynomiellen Algorithmus für SUBSET PRODUCT, der auf dem Prinzip der dynamischen Programmierung beruht.

- (c) Zeigen Sie, dass $\text{co-INDEPENDENT SET} \in \mathcal{DTAPE}(n)$, wobei n die Eingabelänge einer $\text{co-INDEPENDENT SET}$ -Instanz bezeichne.

Aufgabe 4:

(3 + 4 + 5 = 12 Punkte)

Gegeben sei eine Grammatik $G = (\Sigma := \{0, 1\}, V := \{S, A, B\}, S, R)$ mit

$$R := \{ S \rightarrow 0A \mid 1B, \quad A \rightarrow 1 \mid 1S, \quad B \rightarrow 0 \mid 0S \} .$$

- (a) Ist die Grammatik G in Greibach-Normalform? (Begründen Sie Ihre Antwort.)

Geben Sie mit Hilfe des Verfahrens aus der Vorlesung einen Kellerautomaten als vollständiges 7-Tupel $(Q, \Sigma', \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$ an, der genau $L(G)$ mit leerem Stack akzeptiert.

- (b) Bringen Sie die Grammatik G in Chomsky-Normalform und entscheiden Sie mit Hilfe des Cocke-Younger-Kasami-Algorithmus, ob das Wort 0110 in $L(G)$ enthalten ist.

- (c) Geben Sie die Sprache $L(G)$ an und zeigen Sie anschließend für $L(G)$ *explizit*, dass die im Pumping-Lemma (für kontextfreie Sprachen) formulierte notwendige Bedingung für die Kontextfreiheit erfüllt ist. (Geben Sie also eine konkrete 'Belegung' für die existenzquantifizierten Ausdrücke an, und begründen Sie.)

Aufgabe 5:

(12 × 1 = 12 Punkte)

Kreuzen Sie für folgende Aussagen an, ob diese wahr oder falsch sind.

Hinweis: Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt, für jede falsche Antwort wird ein Punkt abgezogen. Es wird keine negative Gesamtpunktzahl für diese Aufgabe gegeben.

Sei \mathcal{A} ein NEA über einem Alphabet Σ . Dann akzeptiert \mathcal{A} ein Wort $w \in \Sigma^*$ genau dann, wenn \mathcal{A} bei der Abarbeitung von w mindestens einen Endzustand benutzt.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
wahr	falsch

Es existiert ein endlicher Automat, der die durch die Grammatik $(\{a, b, c\}, \{S, A, B, C\}, S, R)$ mit

$$R = \{S \rightarrow ABC, A \rightarrow C, A \rightarrow AA \mid a, B \rightarrow BB \mid b, C \rightarrow CC \mid c\}$$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
wahr	falsch

erzeugte Sprache erkennt.

Die Sprache $L = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} \{0^{pn} \mid p \text{ prim}\} \subseteq \{0\}^*$ hat endlichen Nerodeindex.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
wahr	falsch

Seien f_1 und f_2 turingberechenbare Funktionen und \mathcal{M} eine deterministische Turingmaschine. Dann existiert keine nicht-deterministische Turingmaschine, die entscheidet, ob \mathcal{M} Funktion f_1 oder f_2 berechnet.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
wahr	falsch

Sei L eine semientscheidbare Sprache über dem Alphabet $\{0, 1\}$. Dann ist $\chi_{L \cap L_u}^*$ berechenbar, wobei L_u die universelle Sprache bezeichne.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
wahr	falsch

Sei L eine Sprache über dem Alphabet $\{0, 1\}$ und $w \in \{0, 1\}^*$. Dann gibt es eine Gödelnummer g so, dass die universelle Turingmaschine die Eingabe (g, w) genau dann akzeptiert, falls $w \in L$.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
wahr	falsch

Es gilt: $\text{co-2SAT} \notin \mathcal{NP}$.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
wahr	falsch

Falls $\mathcal{P} \neq \mathcal{NP}$, dann kann mit Hilfe eines Algorithmus für SET COVER eine Instanz von INDEPENDENT SET in polynomieller Gesamtzeit gelöst werden.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
wahr	falsch

Falls es ein PAS für COLOR gibt, dann ist $\mathcal{P} = \mathcal{NP}$.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
wahr	falsch

Jede Sprache, die durch einen nicht-deterministischen endlichen Automaten erkannt wird, kann auch durch einen deterministischen Kellerautomaten erkannt werden.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
wahr	falsch

Die Sprache

$$\left[(\{a^n c b^n c d^k : k, n \in \mathbb{N}\} \cap a^* c b^* c d^*) \cup a^* c b^* \right] \cap \left[a^* c \cdot \{b^n c d^n : n \in \mathbb{N}\} \right]$$

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
wahr	falsch

ist kontextfrei.

Sei G eine kontextfreie Grammatik und α ein regulärer Ausdruck. Es ist nicht entscheidbar, ob $L(G) \cap L(\alpha) = \emptyset$ ist.

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
wahr	falsch