DEA $\rightsquigarrow$ Reg: $R^{m+1}_{i,j} = R^m_{i,j} \cup R^m_{i,m+1} \cdot (R^m_{m+1,m+1})^* \cdot R^m_{m+1,j}$
Produktautomat: $L \cup L' : F_x := Q \times F' \cup F \times Q'$, $L \cap L' : F_x := F \times F'$
Determ. Einband-Turingmaschine: $T = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, s, F)$, $\delta : Q \times \Sigma \to Q \times \Sigma \times \{L, R, N\}$, T akz. $w \in \Sigma^* \Leftrightarrow$ T hält in x(f)y mit $f \in F$, T akz. L $\Leftrightarrow$ T akz. alle $w \in L$ und kein $w \notin L$, L *rekursiv aufzählbar* (=semientscheidbar) $\Leftrightarrow \exists T$: T akz. L, L *rekursiv* (= entscheidbar) $\Leftrightarrow \exists T$: T akz. L $\wedge \forall w \in \Sigma^*$: T hält, T realisiert $f_t : \Sigma^* \to \Gamma^*$, g *berechenbar* $\Leftrightarrow \exists T : f_T = g$
Normierte TM: Q = {1,..n}, Σ = {0, 1}, Γ = {0, 1, BL} BL=2, s = 1, F = {2}
Universelle Turingmaschine U: Eingabe $\langle M \rangle w$; M die zu sim. TM, w die binär kodierte Eingeabe. U akz. $\langle M \rangle$ gdw. M akz. w
Gödelnummer $\langle M \rangle$ einer TM M. $\delta(q, a) = (r, b, d) \equiv 0^q 1 0^{a+1} 1 0^r 1 0^{b+1} 1 0^d$ (N=1, L=2, R=3), $\langle M \rangle = 111 code_1 11...11 code_n 111$
Nichtdet. Kellerautomat: $K = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, s, \sharp)$, $\delta : Q \times (\Sigma \cup \epsilon) \times \Gamma \to 2^{Q \times \Gamma^*}$, $(q, aw, bx) \to (q', w, x'x)$ wenn $(q', x') \in \delta(q, a, b)$
Deterministischer Kellerautomat: $K = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, s, \sharp, F)$, $(s, w, \sharp) \to \cdots \to (f, \epsilon, \epsilon)$ mit $f \in F$
RandomAccessMachine: Hauptspeicher (S), Register (R), Program Control, ALU

Pumping Lemma (Reguläre Sprachen): L regulär $\to \exists n \in \mathbb{N} : \forall w \in L : |w| > n \to \exists u, v, x : w = uvx \wedge |v| \geq 1 \wedge |uv| < n \wedge \forall i \in \mathbb{N}_0 : uv^i x \in L$
Pumping Lemma (KF Sprachen): L kontextfrei $\to \exists n \in \mathbb{N} : \forall z \in L : |z| > n \to \exists u, v, w, x, y : z = uvwxy \wedge |vx| \geq 1 \wedge |vwx| \leq n \wedge \forall i \in \mathbb{N}_0 : uv^i wx^i y \in L$
Nerode Relation: $R_L := \{(x, y) \in \Sigma^* \times \Sigma^* : \forall z \in \Sigma^* : xz \in L \Leftrightarrow yz \in L\}$, $R_M := \{(x, y) \in \Sigma^* \times \Sigma^* : \delta(s, y) = \delta(s, y)\}$, $R_M \subseteq R_L$
Diagonalsprache: $L_d := \{w_i : M_i$ akzeptiert w_i nicht$\}$ ist unentscheidbar, $\bar{L}_d$ ist unentscheidbar
Halteproblem: $H := \{w_i v : M_i$ angesetzt auf v hält$\}$ nicht entscheidbar, mit beschränkter Anzahl an Schritten entscheidbar
WHILE-Schleife: Zählervariable im Body veränderbar, x_0 Ausgabe

P: $P := \bigcup_{\text{Polynom p}}$ TIME (p(n)) (in poly. Zeit berechenbare Fkt.), $TIME(f(n)) = \{L : \exists TMM : L(M) = L \wedge \forall w \in \Sigma^*_M : time_M(w) \leq f(|q|)\}$, $time_M(w) =$ Anzahl der Rechenschr. einer TM M bei Eingabe von w. Probleme in P sind effizient lösbar
NP: $NP := \bigcup_{\text{Polynom p}} NTIME(p(n))$, $NTIME(f(n)) := \{L : \exists NTMM : L(M) = L \wedge \forall w \in \Sigma^*_M : ntime_M(w) \leq f(|w|)\}$, $ntime_M(w) := min\{|P| : P = (s)w \Rightarrow u(f)v, f \in F\}$ falls $w \in L(M)$, 0 sonst
Polynomiale Reduzierbarkeit: $A \subseteq \Sigma^*, B \subseteq \Gamma^*$: $A \leq_p B$ (A ist auf B polynomial reduzierbar) $\Leftrightarrow \exists f : \Sigma^* \to \Gamma^* : \forall w \in \Sigma^* : w \in A \Leftrightarrow f(w) \in B$, wobei f in polynomialer Zeit berechenbar ist, $A \leq_p B, B \in P \to A \in P$, $A \leq_p B, B \in NP \to A \in NP$
NP hart, NP vollständig: A ist NP-hart $\Leftrightarrow \forall L \in NP : L \leq_p A$, A ist NP-vollständig $\Leftrightarrow$ A ist NP hart und A $\in$ NP

Postsches Korresp. (PKP/PCP): $K = (x_1, y_1) \cdots (x_n, y_n) \in (\Sigma^+ \times \Sigma^+)^*$. Frage: $\exists i_1, ...i_k \in \{1, ...n\} : x_{i_1}...x_{i_k} = y_{i_1}..y_{i_k}$
Diophantische Gleichungen: Geg.: Ganzzahliges Polynom p. Frage: $\exists x_1, ...x_n \in \mathbb{Z} : p(x_1, ..., (x_n) = 0$ ist unentscheidbar
Handlungsreisen. (TSP): Geg.: $G = (V, V \times V)$, Ges.: Einf. Kreis $C = (v_1, ..., v_n, v_1)$ mit $n = |V|$ und $\Sigma_{(u,v) \in C} d(u, v)$ minimal
Hamiltonkreisproblem: $M := \{G = (V, E) : \exists C \subseteq E : |C| = |V|, C$ ist einfacher Kreis $\}$
Presburger Arithmetik: Entscheidbarkeit prädikatenlogischer Formeln erster Stufe (Konst. 0,1; Vars. $\in \mathbb{Z}$; +,-; <,=; ∃,∀)
SAT: Geg.: Aussagenlogische Formel F, $SAT := \{code(F) \in \Sigma^*$: F ist erfüllbare Formel der Aussagenlogik$\}$
3SAT: Aussagenlogische Formel in KNF (max. 3 Literale pro Klausel), (2SAT $\in P$)
SET COVER: Geg.: Menge M, Mengensystem $\Im \subseteq 2^M$, Frage: $\exists T_1, .., T_n \in \Im : T_1 \cup ... \cup T_n = M$
CLIQUE: Geg.: G = (V,E), Frage: Gibt es eine CLIQUE der Größe k: $\exists V' \subseteq V : |V'| = k \wedge \forall u \neq v \in V' : (u, v) \in E$
VERTEX COVER: Geg.: G = (V,E), k $\in \mathbb{N}$, Frage: $\exists V' \subseteq V : |V'| = k \wedge \forall (u, v) \in E : u \in V' \vee v \in V'$
COLORING: Geg.: G = (V,E), k $\in \mathbb{N}$, Frage: ∃ Knotenfärbung $c : V \to \{1, ..., k\} : \forall (u, v) \in E : c(u) \neq c(v)$ (2 Färbbarkeit $\in P$)
SUBSET SUM: Geg.: n Gegenstände mit Gewicht $w_i \in \mathbb{N}$, W $\in \mathbb{N}$, Frage: $\exists M \subseteq \{1, ..., n\}$ mit $\sum_{i \in M} w_i = W$
KNAPSACK: Wie SUBSET SUM nur dass jeder Gegenstand noch ein Profit erhält und dieser maximiert werden muss
PARTITION: n Gegenstände mit Gewicht $w_i \in \mathbb{N}$, Frage: $\exists M \subseteq \{1, ..., k\} : \sum_{i \in M} w_i = \sum_{i \notin M} w_i$
BIN PACKING: Geg.: Dosengröße $b \in \ltimes$, Objektgrößen $w_1, ..., w_n \in \ltimes$, Dosenanzahl k; Frage: Passen alle Objekte irgendwie in die Dosen $\Leftrightarrow \exists f : 1...n \to 1...k : \forall j \in 1...k : \sum\{w_i : f(i) = j\} \leq b$
Integer Linear Programming (ILP): Geg.: Vektor $x = (x_1, ..., x_n)$, Menge von Bedingungen der Form $a \cdot xRb$ mit $R \in \{\leq, \geq, =\}, b \in \mathbb{Z}, a \in \mathbb{Z}^n$. Frage: $\exists x \in \mathbb{Z}^n$, dass alle Bedingungen erfüllt sind
Euler-Tour: $M := \{G = (V, E) : \exists C \subseteq E : C$ ist Kreis der jede Kante genau einmal besucht$\} \in P$, (⇒ G zusam., |v| = 2*n)

Grammatik: $G = (V, \Sigma, P, S), P \subseteq (V \cup \Sigma)^+ \times (V \cup \Sigma)^*, P < \infty$
Chomsky: $\forall l \to r \in P$; *Typ 0*: beliebig, *Typ1*: kontextsensitiv: $|l| \leq |r|$, *Typ2*: kontextfrei: Typ1 $\wedge l \in V$, *Typ3*: regulär: Typ2 $\wedge r \in (\Sigma \cup \Sigma V)$, $S \to \epsilon$ erlaubt, wenn $S \notin r$
Chomsky Normalform: G in Normalform, falls $P \subseteq (V \times \Sigma) \cup (V \times VV)$; 1) Zykl. Einheitsprod. entfernen, 2) Nichtzykl. Einheitsprod. entfernen, 3): Terminale auf der rechten Seite zu Variablen, 4) Länge der Rechten Seite auf 2 bringen
Cocke, Younger, Kasami (CYK): Löst die Frage: $w \in L(G)$ (kontextfreie Grammatik). G in Chomsky Normalform!
LOOP Programme: Zählervariable ist durch Schleifenrumpf nicht veränderbar, x_0 Rückgabevariable, terminieren immer
Ackermann Funktion: function a(x,y) if x=0 then return y+1; if y=0 then return a(x-1,1); return a(x-1, a(x,y-1))
1) y < a(x,y), 2) a(x,y) < a(x, y+1), 3) a(x,y+1) ≤ a(x+1,y), 4) a(x,y) < a(x+1, y), 5) a(x,y) ≤ a(x',y') falls x ≤ x', y ≤ y'
Ist *nicht* LOOP berechenbar. Inverse Ack. Fkt.: $\alpha(m, n) := min\{i \geq 0 : a(i, \lfloor \frac{m}{n} \rfloor\} > log_2 n$, $\alpha(m, n) \notin O(1)$
Approximationsfaktor: $\frac{f(x(I))}{f(x^*(I))} \leq \rho$ (= Approx. Faktor), Eingabe *I*, Lösung $x(I)$, Optimale Lösung $x^*(I)$

$|L(A)| = \infty \Leftrightarrow \exists$ akzep. Pfad mit Kreis — $L(A) = L(A') \Leftrightarrow$ Minimalautomaten sind isomorph — L nicht regulär $\Leftrightarrow$ index$(R_L) = \infty$ — L ist kontextfrei gdw. ∃ NKellerA M: L(M) = L — NKellerA $\not\equiv$ DKellerA

Entscheidungsmittel

Typ	Beschreibungsmittel
3	rechts-/linkslineare Grammatik DEA, $\bar{\epsilon}$NEA, ϵNEA, regulärer Ausdruck
Det.KF	LR(k) Grammatik, DKeller A mit Endz.
2	kontextfreie Grammatik, (1Zustands)NKellerA
1	kontextsensitive Grammatik, NLBTM
0	Typ-0 Grammatik, Turingmaschine

Determinismus

Typ	Nichtdet.	Determ.	$\equiv$
3	NEA	DEA	Ja
2	NKellerA	DKellerA	Nein
1	NLBTM	DLBTM	???
0	NTM	DTM	Ja (bez. Berech.)

Entscheidbarkeitsprobleme

Typ	Wort	$\emptyset$	$\equiv$	$\cap$
3	J	J	J	J
Det. KF	J	J	J	N
2	J	J	N	N
1	J	N	N	N
0	N	N	N	N

Abschlusseigenschaften

Typ	$\cap$	$\cup$	$\overline{\cdot}$	$\cdot$	$*$
3	J	J	J	J	J
Det.KF	N	N	J	N	N
2	N	J	N	J	J
1	J	J	J	J	J
0	J	J	N	J	J

Don't Panic!