



**Numerische Mathematik für die Fachrichtung Informatik
und für Ingenieurwesen
SS 2005**

3. Übungsblatt — 13. Mai 2005

Aufgabe 1: (schriftlich zu bearbeiten)

- (a) Untersuchen Sie, ob folgende Matrizen eine Cholesky-Zerlegung besitzen und berechnen Sie diese gegebenenfalls

$$A_1 = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 10 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, A_3 = \begin{pmatrix} 8 & 3 & 1 \\ -2 & 6 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, A_4 = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 13 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

- (b) Verwenden Sie das Horner-Schema, um

- (1) den linearen Faktor $x - 2$ von $p(x) = x^4 - 4x^3 + x^2 + 10x - 10$ und
(2) den quadratischen Faktor $x^2 + 2x + 2$ von $q(x) = 3x^6 + 2x^5 - x^4 - 7x^3 - 5x + 4$
abzuspalten.

- (c) Berechnen Sie für

$$r(x) = -3x^5 + 2x^4 - x^3 + x - 2$$

mit Hilfe des vollständigen Horner-Schemas $p^{(\nu)}(-1)$ für $\nu = 0, 1, \dots, 5$ und entwickeln Sie damit $r(x)$ nach Potenzen von $(x + 1)$.

Aufgabe 2: (schriftlich zu bearbeiten)

Gegeben sei das Polynom $p(x) = -3x^4 + 4x^3 + 16x^2 - \frac{104}{9}x - \frac{1}{27}$.

- (a) Bestimmen Sie mit Hilfe des Satzes von Gerschgorin einen Kreis um 0, in dem alle Nullstellen von p liegen.
- (b) Verwenden Sie den Satz von Sturm, um zu zeigen, dass p je eine Nullstelle in den Intervallen $[-3, -1.5]$, $[-1.5, 0.5]$, $[0.5, 2]$ und $[2, 3]$ besitzt.
- (c) Führen Sie ausgehend vom Startwert $x_0 = 3$ drei Schritte des Newton-Verfahrens zur Berechnung der größten Nullstelle durch.

Aufgabe 3: (mündlich)

Gegeben seien die fünf Wertepaare (x_i, y_i) , $i = 0, \dots, 4$:

i	0	1	2	3	4
x_i	-2	-1	0	1	2
y_i	8	2	1	4	10

- (a) Zeigen Sie, dass keine Funktion $f(x) = a + bx^2$, $a, b \in \mathbb{R}$ existiert mit $f(x_i) = y_i$, $i = 0, \dots, 4$.
(b) Bestimmen Sie die Koeffizienten a^* und b^* so, dass die Funktion

$$\Psi(a, b) := \sum_{i=0}^4 |y_i - (a + bx_i^2)|^2, \quad a, b, \in \mathbb{R}$$

für a^* und b^* ihr Minimum annimmt und berechnen Sie dieses.

Aufgabe 4: (mündlich)

Gegeben seien

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & -5 & -2 \\ -1 & -5 & 13 & 4 \\ 0 & -2 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -17 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Cholesky-Zerlegung der Matrix und lösen Sie damit das LGS $Ax = b$.

Aufgabe 5: (mündlich)

- (a) Gegeben sei das Polynom

$$p(x) = \frac{1}{16}x^6 - 10x^3 + 75.$$

Berechnen Sie mit Hilfe des vollständigen Horner-Schemas $p^{(\nu)}(2)$ für $\nu = 0, 1, \dots, 6$ und entwickeln Sie damit $p(x)$ nach Potenzen von $(x - 2)$.

- (b) Gegeben sei das Polynom

$$q(x) = x^3 + 3x^2 + 6x - 6.$$

Verwenden Sie den Satz von Sturm, um die Anzahl der Nullstellen von q in den Intervallen $[-1, 0]$ und $[0, 1]$ zu bestimmen.

Abgabe der bearbeiteten Aufgaben bis **Donnerstag, 02. Juni 2005, 14:00 Uhr** in den Einwurfschlitz „Numerik für Informatiker“ neben der Treppe im 1. OG des Mathematik-Gebäudes (20.30) gegenüber von Zimmer 112.
Schreiben Sie bitte auf jedes Blatt Name, Matrikelnummer und Teilnehmernummer und heften Sie die Blätter zusammen.